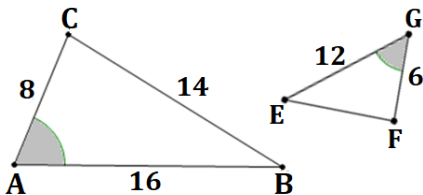


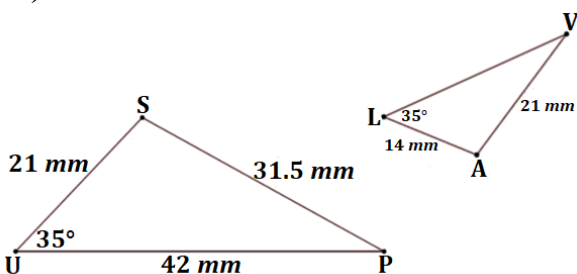
**Sličnost trokuta, poučci o sličnosti,
opseg i površina sličnih trokuta**

- 1) Jesu li trokuti čije su stranice duljina 3 cm , 4 cm , 6 cm i 7.5 cm , 10 cm , 15 cm slični?
Ako jesu, odredi im koeficijent sličnosti.
- 2) Duljine stranica $\triangle ABC$ iznose 9 cm , 6 cm i 15 cm . Najkraća stranica njemu sličnoga $\triangle A'B'C'$ duljine je 16 cm .
- Koliki je koeficijent sličnosti trokuta?
 - Izračunaj duljinu najdulje stranice trokuta $\triangle A'B'C'$.
 - Kako se odnose opsezi trokuta?
 - Kako se odnose površine trokuta?
- 3) Koeficijent sličnosti dvaju trokuta jest $\frac{4}{5}$. Duljine stranica **većeg** trokuta su 28 cm , 32 cm i 4.5 dm .
Koliko su duljine stranice manjeg trokuta?
- 4) Neka su $a' = 1\text{ dm}$, $b' = 8\text{ cm}$ i $c' = 60\text{ mm}$ duljine stranica trokuta $\triangle A'B'C'$.
Izračunaj duljinu **najkraće** stranice njemu sličnog trokuta $\triangle ABC$ ako je njegov opseg 630 mm .
Kako se odnose površine sličnih trokuta?
- 5) Odgovarajuće stranice dvaju sličnih trokuta odnose se kao $5 : 7$.
Ako je površina **većeg** trokuta 147 cm^2 , kolika je površina **manjeg** trokuta?
- 6) Površine sličnih trokuta odnose se kao $25 : 9$.
Koliki je opseg većeg trokuta ako je opseg manjeg trokuta 54 cm ?

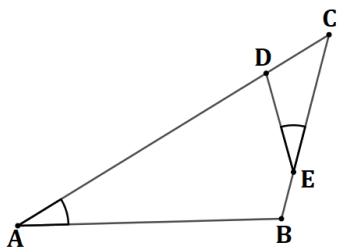
- 7) Jesu li nacrtani trokuti slični? Ako jesu, koji su slični? Detaljno objasni zašto.



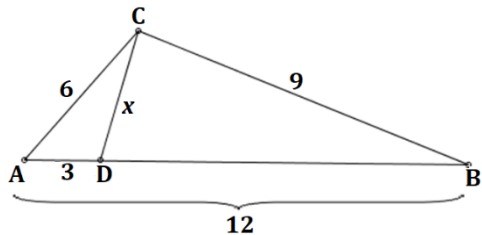
- 8) Jesu li trokuti sa slike slični? Zašto?



9) Jesu li nacrtani trokuti slični? Ako jesu, koji su slični? Detaljno objasni zašto.



10) Jesu li trokuti slični? Zašto? Ako su slični, izračunaj x .

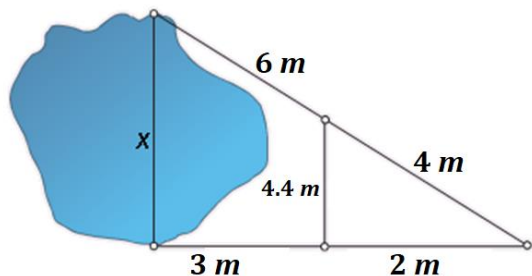


11) Odredi visinu dječaka (*u centimetrima*) koji na ravnu livadu baca sjenu 2 m ako je istodobno sjena okomitog stupa dalekovoda visokog 6 m duga 8 m. **(skica!)**

12) U $\triangle ABC$ kroz točku D , uzetu na stranici $\overline{AB}$, povučena je dužina $\overline{DF}$, usporedna stranici $\overline{AC}$ (točka F nalazi se na $\overline{BC}$). Izračunaj $|BD|$ ako je $|AB| = 12\text{ cm}$, $|DF| = 5\text{ cm}$, $|AC| = 6\text{ cm}$. **(skica!)**

13) Produžeci krakova $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ trapeza $ABCD$ sijeku se u točki E . Izračunaj duljinu kraka $\overline{AD}$ trapeza ako je $|AE| = 15\text{ cm}$, $|BE| = 25\text{ cm}$, $|CE| = 20\text{ cm}$. **(skica!)**

14) Izračunaj širinu jezera sa slike:



Rješenja:

- 1) Jesu li trokuti čije su stranice duljina 3 cm , 4 cm , 6 cm i 7.5 cm , 10 cm , 15 cm slični?
Ako jesu, odredi im koeficijent sličnosti.

Stavljamo u omjer **odgovarajuće** duljine stranica:

$$\left. \begin{array}{l} \text{najkraće str.:} \quad \frac{3}{7.5} = \frac{30}{75} = \frac{2}{5} \\ \text{srednje str.:} \quad \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \\ \text{najdulje str.:} \quad \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \end{array} \right\} \text{ Trokuti su slični s koef. sličnosti } k = \frac{2}{5}.$$

- 2) Duljine stranica $\triangle ABC$ iznose 9 cm , 6 cm i 15 cm . Najkraća stranica njemu sličnoga $\triangle A'B'C'$ duljine je 16 cm .

- Koliki je koeficijent sličnosti trokuta?
- Izračunaj duljinu najdulje stranice trokuta $\triangle A'B'C'$.
- Kako se odnose opsezi trokuta?
- Kako se odnose površine trokuta?

a) $a = 9\text{ cm}$

$$b = 6\text{ cm} \Rightarrow b' = 16\text{ cm}$$

$$c = 15\text{ cm}$$

$$k = \frac{b'}{b}$$

$$k = \frac{16}{6}$$

$$k = \frac{8}{3}$$

b) Najdulja stranica trokuta je c' : $\frac{c'}{c} = k$

$$\frac{c'}{15} = \frac{8}{3}$$

$$3c' = 15 \cdot 8 \quad |:3$$

$$c' = \frac{15 \cdot 8}{3}$$

$$c' = 40\text{ cm}$$

c) Odnos opsega: $\frac{o'}{o} = k$

$$\frac{o'}{o} = \frac{8}{3}$$

d) Odnos površina: $\frac{P'}{P} = k^2$

$$\frac{P'}{P} = \frac{64}{9}$$

3) Koeficijent sličnosti dvaju trokuta jest $\frac{4}{5}$. Duljine stranica **većeg** trokuta su 28 cm, 32 cm i 45 dm.
Koliko su duljine stranice manjeg trokuta?

Analiza: $k = \frac{4}{5} \Rightarrow$ **veći trokut je $\triangle ABC$**

$a = 28 \text{ cm}$	$a' = ?$	$\frac{a'}{a} = k$	$\frac{b'}{b} = k$	$\frac{c'}{c} = k$
$b = 32 \text{ cm}$	$b' = ?$	$\frac{a'}{28} = \frac{4}{5}$	$\frac{b'}{32} = \frac{4}{5}$	$\frac{c'}{45} = \frac{4}{5}$
$c = 45 \text{ cm}$	$c' = ?$	$5a' = 28 \cdot 4$	$5b' = 32 \cdot 4$	$5c' = 45 \cdot 4 \text{ / : 5}$
		$5a' = 112 \text{ / : 5}$	$5b' = 128 \text{ / : 5}$	$c' = \frac{45^9 \cdot 4}{5_1}$
		$a' = 22.4 \text{ cm}$	$b' = 25.6 \text{ cm}$	$c' = 36 \text{ cm}$

4) Neka su $a' = 1 \text{ dm}$, $b' = 8 \text{ cm}$ i $c' = 60 \text{ mm}$ duljine stranica trokuta $\triangle A'B'C'$.
Izračunaj duljinu **najkraće** stranice njemu sličnog trokuta $\triangle ABC$ ako je njegov opseg 800 mm.
Kako se odnose površine sličnih trokuta?

Podatci:

$a' = 10 \text{ cm}$

$b' = 8 \text{ cm}$

$c' = 6 \text{ cm}$

$o = 80 \text{ cm}$

Opseg $\triangle A'B'C'$:	Odredimo k:	Najkraća stranica:	Odnos površina:
$o' = a' + b' + c'$	$k = \frac{o'}{o}$	$\frac{c'}{c} = k$	$\frac{P'}{P} = k^2$
$o' = 10 + 8 + 6$	$k = \frac{24}{80}$	$\frac{6}{c} = \frac{3}{10}$	$\frac{P'}{P} = \frac{9}{100}$
$o' = 24 \text{ cm}$	$k = \frac{3}{10}$	$3c = 6 \cdot 10 \text{ / : 3}$	
		$c = \frac{6^2 \cdot 10}{3_1}$	
		$c = 20 \text{ cm}$	

5) Odgovarajuće stranice dvaju sličnih trokuta odnose se kao 5 : 7.
Ako je površina **većeg** trokuta 147 cm^2 , kolika je površina **manjeg** trokuta?

$\frac{a'}{a} = \frac{5}{7} \Rightarrow \triangle ABC \text{ je veći trokut}$	$k = \frac{5}{7}$	$\frac{P'}{P} = k^2$
	$P = 147 \text{ cm}^2$	$\frac{P'}{147} = \frac{25}{49}$
	$P' = ?$	$49P' = 25 \cdot 147 \text{ / : 49}$
		$P' = \frac{25 \cdot 147^3}{49_1}$
		$P' = 75 \text{ cm}^2$

6) Površine sličnih trokuta odnose se kao 25 : 9.

Koliki je opseg većeg trokuta ako je opseg manjeg trokuta 54 cm?

$$\frac{P'}{P} = \frac{25}{9}$$

$$k^2 = \frac{25}{9} \quad / \sqrt{\quad}$$

$$k = \sqrt{\frac{25}{9}}$$

$$k = \frac{5}{3} \Rightarrow \Delta ABC \text{ je manji}$$

$$o = 54 \text{ cm}$$

$$\frac{o'}{o} = k$$

$$\frac{o'}{54} = \frac{5}{3}$$

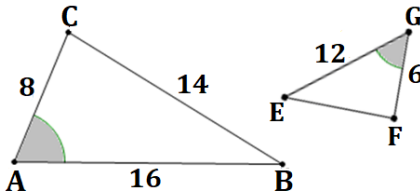
$$3o' = 5 \cdot 54 \quad / : 3$$

$$o = \frac{5 \cdot 54}{3} = 90$$

$$o = 90 \text{ cm}$$

Opseg većeg trokuta je 90 cm.

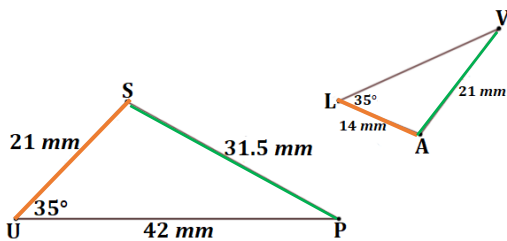
7) Jesu li nacrtani trokuti slični? Ako jesu, koji su slični? Detaljno objasni zašto.



– u omjer stavljamo odgovarajuće duljine stranica (kraća kroz kraća i dulja kroz dulja) te kut između:

$$\left. \begin{array}{l} \text{kraće: } \frac{|AC|}{|GF|} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \\ \text{dulje: } \frac{|AB|}{|EG|} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} \\ \text{kut između: } |\sphericalangle A| = |\sphericalangle G| \end{array} \right\} \begin{array}{l} SKS \\ \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta GEF \end{array}$$

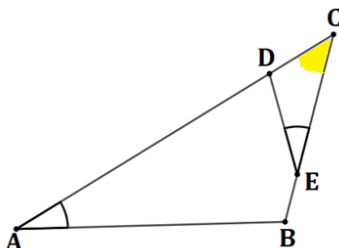
8) Jesu li trokuti sa slike slični? Zašto?



– u omjer stavljamo odgovarajuće duljine stranica te veličinu kuta nasuprot **dulje stranice**:

$$\left. \begin{array}{l} \text{kraće stranice: } \frac{|US|}{|AL|} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2} \\ \text{dulje stranice: } \frac{|SP|}{|AV|} = \frac{31.5}{21} = \frac{3}{2} \\ \text{kut nasuprot dulje: } |\sphericalangle U| = |\sphericalangle L| = 35^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} S>KS \\ \Rightarrow \Delta UPS \sim \Delta LVA \end{array}$$

6) Jesu li nacrtani trokuti slični? Ako jesu, koji su slični? Detaljno objasni zašto.



– uočavamo sukladne kutove u ΔABC i ΔCDE

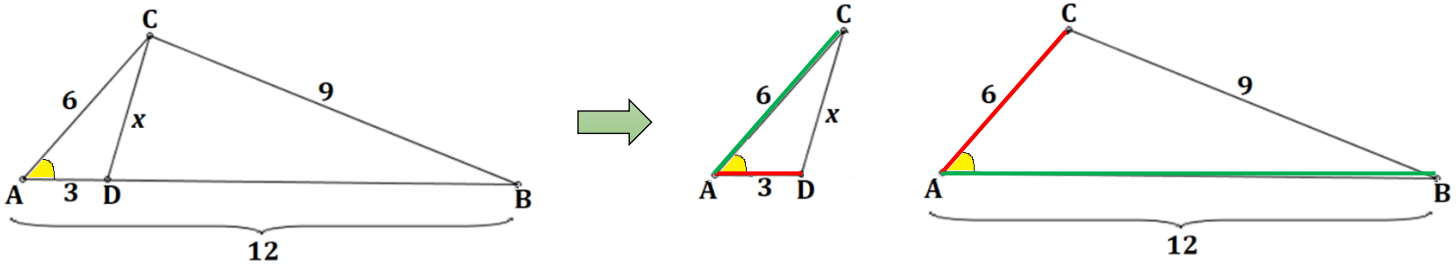
$$|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle CED|$$

$$|\sphericalangle BCA| = |\sphericalangle ECD| = \text{zajednički kut}$$

$$\begin{array}{l} KK \\ \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta EDC \end{array}$$

10) Jesu li trokuti slični? Zašto? Ako su slični, izračunaj x .

Razdvojimo trokute kako bismo lakše uočili sličnost:



kraće: $\frac{|AD|}{|AC|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

dulje: $\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

kut: $|\angle DAC| = |\angle BAC|$ – zajednički

$\Rightarrow \Delta DAC \sim \Delta CAB$

Sada kada znamo da su trokuti slični s koef. sličnosti $k = \frac{1}{2}$ u omjer stavljamo i treću duljinu stranice:

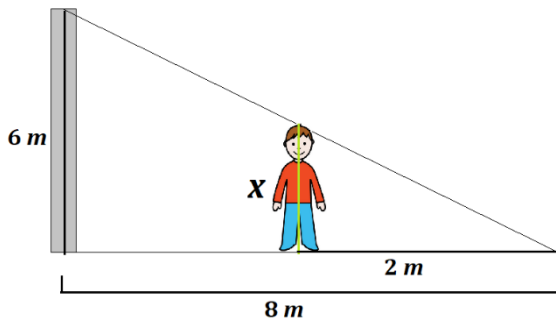
$$\frac{|CD|}{|BC|} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{9} = \frac{1}{2}$$

$$2x = 9 \quad / : 2$$

$$x = 4.5$$

11) Odredi visinu dječaka (u centimetrima) koji na ravnu livadu baca sjenu 2 m ako je istodobno sjena okomitog stupa dalekovoda visokog 6 m duga 8 m. (skica!)



mali Δ : veliki Δ

$$2 : x = 8 : 6$$

$$2 : x = 4 : 3$$

$$4x = 6 \quad / : 4$$

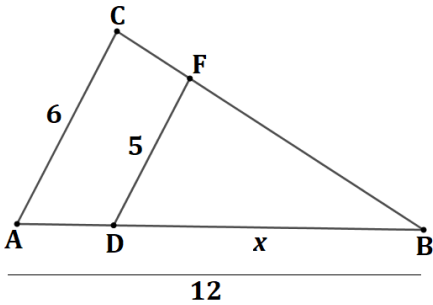
$$x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x = 1.5 \text{ metar}$$

$$1.5 \text{ m} = 1.5 \cdot 100 \text{ cm} = 150 \text{ cm}$$

Dječak je visok 150 cm.

- 12) U $\triangle ABC$ kroz točku D , uzetu na stranici $\overline{AB}$, povučena je dužina $\overline{DF}$, usporedna stranici $\overline{AC}$ (točka F nalazi se na $\overline{BC}$). Izračunaj $|BD|$ ako je $|AB| = 12 \text{ cm}$, $|DF| = 5 \text{ cm}$, $|AC| = 6 \text{ cm}$. (skica!)



Kako su $\overline{DF} \parallel \overline{AC}$ vrijedi Talesov poučak!

mali Δ : veliki Δ

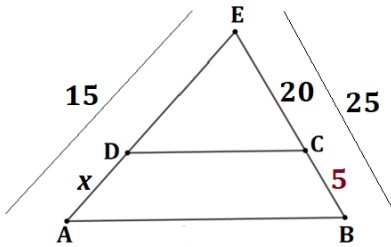
$$x : 5 = 12 : 6$$

$$x : 5 = 2 : 1$$

$$x = 10 \Rightarrow |BD| = 10 \text{ cm}$$

Napomena: Zadatak smo mogli riješiti i tako da najprije dokažemo da su $\triangle ABC$ i $\triangle DBF$ slični (KK poučak).

- 13) Produžeci krakova $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ trapeza $ABCD$ sijeku se u točki E . Izračunaj duljinu kraka $\overline{AD}$ trapeza ako je $|AE| = 15 \text{ cm}$, $|BE| = 25 \text{ cm}$, $|CE| = 20 \text{ cm}$. (skica!)



Kako su $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ vrijedi Talesov poučak!

druga : cijela = druga : cijela

$$x : 15 = 5 : 25$$

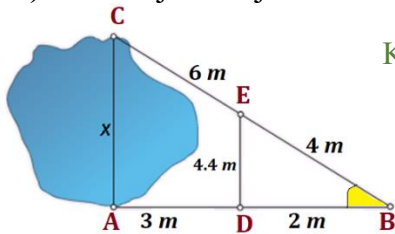
$$x : 15 = 1 : 5$$

$$5x = 15 \quad / : 5$$

$$x = 3 \Rightarrow |AD| = 3 \text{ cm}$$

Napomena: Zadatak smo mogli riješiti i tako da najprije dokažemo da su $\triangle ABE$ i $\triangle DCE$ slični (KK poučak).

- 14) Izračunaj širinu jezera sa slike:



Kako nije naznačeno da su određene stranice paralelne, dokazujemo sličnost trokuta.

kraće: $\frac{|DB|}{|AB|} = \frac{2}{5}$

dulje: $\frac{|BE|}{|BC|} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

kut: $|\angle DBE| = |\angle ABC|$ – zajednički

$$\left. \begin{array}{l} \text{kraće: } \frac{|DB|}{|AB|} = \frac{2}{5} \\ \text{dulje: } \frac{|BE|}{|BC|} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \\ \text{kut: } |\angle DBE| = |\angle ABC| \text{ – zajednički} \end{array} \right\} \begin{array}{l} SKS \\ \Rightarrow \end{array} \triangle DBE \sim \triangle ABC$$

Sada kada znamo da su trokuti slični s koef. sličnosti $k = \frac{2}{5}$ u omjer stavljamo i treću duljinu stranice:

$$\frac{|DE|}{|AC|} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4.4}{x} = \frac{2}{5}$$

$$2x = 22 \quad / : 2$$

$$x = 11$$

Jezero je široko 11 m.