

Dijagonale i kutovi mnogokuta, pravilni mnogokut

Broj dijagonala iz 1 vrha:

$$d_n = n - 3$$

Ukupan broj dijagonala:

$$D_n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Zbroj vel. svih UNUTARNJIH $\angle$:

$$K_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

Zbroj vel. svih VANJSKIH $\angle$:

$$360^\circ$$

PRAVILNI MNOGOKUT

Veličina 1 unutarnjeg kuta:

$$\beta_n = \frac{K_n}{n}$$

$$\beta_n = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

Veličina 1 vanjskog kuta:

$$\beta'_n = \frac{360^\circ}{n}$$

Središnji kut:

$$\alpha_n = \frac{360^\circ}{n}$$

Kutovi uz osnovicu karakterističnog Δ :

$$\frac{\beta_n}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

ZADATCI ZA VJEŽBU

- 1) Koliko dijagonala iz jednog vrha ima 32 – terokut?
- 2) Koliko dijagonala ima 65 – terokut?
- 3) Koliko vrhova ima mnogokut ako iz jednog vrha možeš povući 77 dijagonala?
- 4) Zadan je mnogokut koji ima 25 kutova. Odredi:
 - a) broj dijagonala iz jednog vrha
 - b) ukupan broj dijagonala
- 5) Koji mnogokut ima 44 dijagonala?
- 6) Koliko se dijagonala može povući iz jednog vrha ako je ukupan broj dijagonala u tom mnogokutu 77?
- 7) Dopuni tablicu:

n	27		
d_n		43	
D_n			27

- 8) Odredi zbroj veličina unutarnjih kutova mnogokuta koji ima 36 vrha.
- 9) Koliko stranica ima mnogokut ako je zbroj veličina njegovih unutarnjih kutova jednak $3\,060^\circ$?
- 10) Odredi veličini jednog vanjskog kuta mnogokuta kojemu se iz jednog vrha može nacrtati 27 dijagonala.
- 11) Postoji li mnogokut čiji je zbroj veličina unutarnjih kutova jednak $2\,340^\circ$?
- 12) Koliko stranica ima mnogokut kojemu je zbroj veličina svih unutarnjih kutova 8 puta veći od zbroja veličina svih vanjskih kutova?
- 13) Kod kojeg je mnogokuta zbroj veličina unutarnjih kutova za $2\,160^\circ$ veći od zbroja veličina svih vanjskih kutova tog mnogokuta?
- 14) Izračunaj veličinu unutarnjeg i vanjskog kuta pravilnog mnogokuta koji ima 12 kutova.
- 15) Koliko vrhova ima pravilni mnogokut čiji je unutarnji kut veličine 162° ?
- 16) Koliko dijagonala ima pravilni mnogokut čiji je vanjski kut mjere 45° ?
- 17) Koliko stupnjeva ima kut između krakova karakterističnog trokuta pravilnog osmerokuta?
- 18) Odredi veličinu kuta uz osnovicu karakterističnog trokuta pravilnog 18 – terokuta.
- 19) Koliko vrhova ima pravilan mnogokut kojemu je veličina središnjeg kuta 20° ?
- 20) Zadan je **pravilni 24 – terokut**.
- Odredi:
- a) broj dijagonala iz jednog vrha,
 - b) ukupan broj dijagonala,
 - c) zbroj veličina unutarnjih kutova,
 - d) veličinu jednog unutarnjeg kuta,
 - e) veličinu jednog vanjskog kuta,
 - f) veličinu kuta uz osnovicu karakterističnog trokuta,
 - g) veličinu središnjeg kuta pravilnog mnogokuta.
- 21) Koji pravilni mnogokut ima:
- a) veličinu vanjskog kuta 36° ,
 - b) 12 dijagonala koje su povučene iz jednog vrha,
 - c) zbroj veličina unutarnjih kutova jednak $1\,980^\circ$,
 - d) veličinu središnjeg kuta 45° ,
 - e) veličinu kuta uz osnovicu karakterističnog trokuta 72° ,
 - f) ukupno 14 dijagonala?

RJEŠENJA

1) Koliko dijagonala iz jednog vrha ima 32 – terokut?

$$\frac{n = 32}{d_n = ?}$$

$$d_n = n - 3$$

$$d_{32} = 32 - 3$$

$$\boxed{d_{32} = 29}$$

2) Koliko dijagonala ima 65 – terokut?

$$\frac{n = 65}{D_n = ?}$$

$$D_n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

$$D_{65} = \frac{65 \cdot (65 - 3)}{2}$$

$$D_{65} = \frac{65 \cdot \cancel{62}^{31}}{\cancel{2}_1}$$

$$\boxed{D_{65} = 2015}$$

3) Koliko vrhova ima mnogokut ako iz jednog vrha možeš povući 77 dijagonala?

$$\frac{d_n = 77}{n = ?}$$

$$d_n = 77$$

$$n - 3 = 77$$

$$\boxed{n = 80}$$

Ima 80 vrhova.

4) Zadan je mnogokut koji ima 25 vrhova. Odredi:

a) $\frac{n = 25}{d_n = ?}$

$$d_n = n - 3$$

$$d_{25} = 25 - 3$$

$$\boxed{d_{25} = 22}$$

a) broj dijagonala iz jednog vrha

b) ukupan broj dijagonala

b) $\frac{n = 25}{D_n = ?}$

$$D_n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

$$D_{25} = \frac{25 \cdot (25 - 3)}{2}$$

$$D_{25} = \frac{\cancel{25} \cdot \cancel{22}^{11}}{\cancel{2}_1}$$

$$\boxed{D_{25} = 275}$$

5) Koji mnogokut ima 44 dijagonala?

$$\frac{D_n = 44}{n = ?}$$

$$\frac{n \cdot (n - 3)}{2} = 44 \quad / \cdot 2$$

$$n \cdot (n - 3) = 88$$

$$\boxed{11} \cdot \boxed{8} = 88$$

$$\boxed{n = 11}$$

88	2
44	2
22	2
11	11
1	

$$11 \cdot 8 = 88$$

Zadani mnogokut je 11 – terokut.

6) Koliko se dijagonala može povući iz jednog vrha ako je ukupan broj dijagonala u tom mnogokutu 77?

Iz D_n odredimo n :

$$\frac{D_n = 77}{n = ?}$$

$$\frac{n \cdot (n - 3)}{2} = 77 \quad / \cdot 2$$

$$n \cdot (n - 3) = 154$$

$$14 \cdot 11 = 154$$

$$n = 14$$

$$\begin{array}{r|l} 154 & 2 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$14 \cdot 11 = 154$$

Kada znamo da je zadan 14 – terokut, odredimo d_n

$$\frac{n = 14}{d_n = ?}$$

$$d_n = n - 3$$

$$d_{14} = 14 - 3$$

$$d_{14} = 11$$

Iz jednog se vrha mogu povući 11 dijagonala.

7) Dopuni tablicu:

n	27	46	9
d_n	24	43	6
D_n	324	989	27

$$\frac{n = 27}{d_n = ?, D_n = ?}$$

$$d_n = n - 3$$

$$d_{27} = 27 - 3$$

$$d_{27} = 24$$

$$D_n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

$$D_{27} = \frac{27 \cdot 24}{2} = 324$$

$$D_{27} = 324$$

$$\frac{d_n = 43}{n = ?, D_n = ?}$$

$$d_n = 43$$

$$n - 3 = 43$$

$$n = 43 + 3$$

$$n = 46$$

$$D_n = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

$$D_{46} = \frac{46 \cdot (46 - 3)}{2}$$

$$D_{46} = \frac{46 \cdot 43}{2} = 989$$

$$D_{46} = 989$$

$$\frac{D_n = 27}{n = ?, d_n = ?}$$

$$\frac{n \cdot (n - 3)}{2} = 27 \quad / \cdot 2$$

$$n \cdot (n - 3) = 54$$

$$n = 9$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$9 \cdot 6 = 54$$

$$d_n = n - 3$$

$$d_9 = 9 - 3$$

$$d_9 = 6$$

8) Odredi zbroj veličina unutarnjih kutova mnogokuta koji ima 36 vrha.

$$\frac{n = 36}{K_n = ?}$$

$$K_n = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$K_{36} = (36 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$K_{36} = 34 \cdot 180^\circ$$

$$\boxed{K_{36} = 6120^\circ}$$

9) Koliko stranica ima mnogokut ako je zbroj veličina njegovih unutarnjih kutova jednak 3 060°?

$$\frac{K_n = 3\,060^\circ}{n = ?}$$

$$K_n = 3060^\circ$$

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 3060^\circ \quad / : 180^\circ$$

$$n - 2 = 17$$

$$\boxed{n = 19}$$

10) Odredi veličini jednog vanjskog kuta mnogokuta kojemu se iz jednog vrha može nacrtati 27 dijagonala.

$$\frac{d_n = 27}{\beta'_n = ?} \Rightarrow \text{krećemo od } d_n = 27 \text{ i oznaku } d_n \text{ mijenjamo za formulu } n - 3$$

$$\begin{array}{l} d_n = 27 \\ n - 3 = 27 \\ \boxed{n = 30} \end{array} \quad \begin{array}{l} \beta'_n = \frac{360^\circ}{n} \\ \beta'_{30} = \frac{360^\circ}{30} \\ \boxed{\beta'_{30} = 12^\circ} \end{array}$$

11) Postoji li mnogokut čiji je zbroj veličina unutarnjih kutova jednak 2 340°?

$$\frac{K_n = 2\,340^\circ}{n = ?} \Rightarrow \text{krećemo od } K_n = 1060^\circ \text{ i oznaku } K_n \text{ mijenjamo za formulu } (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$K_n = 2340^\circ$$

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 2340^\circ \quad / : 180^\circ$$

$$n - 2 = 13$$

$$\boxed{n = 15}$$

$\Rightarrow$ **Postoji takav mnogokut!**

12) Koliko stranica ima mnogokut kojemu je zbroj veličina svih unutarnjih kutova 8 puta veći od zbroja veličina svih vanjskih kutova?

$$\text{unutarnji} = 8 \cdot \text{vanjski}$$

$$K_n = 8 \cdot 360^\circ$$

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 2\,880^\circ \quad / : 180^\circ$$

$$n - 2 = 16$$

$$\boxed{n = 18}$$

Mnogokut ima 18 stranica.

- 13) Kod kojeg je mnogokuta zbroj veličina unutarnjih kutova za $2\ 160^\circ$ veći od zbroja veličina svih vanjskih kutova tog mnogokuta?

$$\text{unutarnji kutovi} = \text{vanjski kutovi} + 2\ 160^\circ$$

$$K_n = 360^\circ + 2160^\circ$$

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 2520^\circ$$

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 2520^\circ \quad / : 180^\circ$$

$$n - 2 = 14$$

$$\boxed{n = 16}$$

Tvrdnja vrijedi u 16 – terokutu.

- 14) Izračunaj veličinu unutarnjeg i vanjskog kuta pravilnog mnogokuta koji ima 12 kutova.

$$\frac{n = 12}{\beta_n = ?, \beta'_n = ?}$$

$$\beta_n = \frac{K_n}{n}$$

$$\beta'_n = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\beta_{12} = \frac{(12 - 2) \cdot 180^\circ}{12}$$

$$\beta'_{12} = \frac{360^\circ}{12}$$

$$\beta_{12} = \frac{10^5 \cdot 180^\circ 30^\circ}{12 \text{ } 6' 1}$$

$$\boxed{\beta'_{12} = 30^\circ}$$

(ili $180^\circ - 150^\circ$ jer su unutarnji i vanjski kut **sukuti**)

$$\boxed{\beta_{12} = 150^\circ}$$

- 15) Koliko vrhova ima pravilni mnogokut čiji je unutarnji kut veličine 162° ?

$$\frac{\beta_n = 162^\circ}{n = ?}$$

$$\beta_n = 162^\circ$$

$$\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n} = 162^\circ \quad / \cdot n$$

$$180^\circ n - 360^\circ = 162^\circ n$$

$$18^\circ n = 360^\circ \quad / : 18$$

$$\boxed{n = 20}$$

- 16) Koliko dijagonala ima pravilni mnogokut čiji je vanjski kut mjere 45° ?

$$\frac{\beta'_n = 45^\circ}{D_n = ?} \Rightarrow \text{krećemo od } \beta'_n = 45^\circ \text{ i oznaku } \beta'_n \text{ mijenjamo za formulu } \frac{360^\circ}{n}$$

$$\beta'_n = 45^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 45^\circ \quad / \cdot n$$

$$45^\circ n = 360^\circ \quad / : 45$$

$$\boxed{n = 8}$$

$$D_n = ?$$

$$D_n = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$$D_8 = \frac{8 \cdot 5}{2}$$

$$\boxed{D_8 = 20}$$

17) Koliko stupnjeva ima kut između krakova karakterističnog trokuta pravilnog osmerokuta?

$$\frac{n = 8}{\alpha_n = ?}$$

$$\alpha_n = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\alpha_8 = \frac{360^\circ}{8}$$

$$\alpha_8 = 45^\circ$$

18) Odredi veličinu kuta uz osnovicu karakterističnog trokuta pravilnog 18 – terokuta.

$$\frac{n = 18}{\frac{\beta_n}{2} = ?}$$

$$\frac{\beta_n}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$\frac{\beta_{18}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{16 \cdot 180^\circ}{18}$$

$$\frac{\beta_{18}}{2} = 80^\circ$$

19) Koliko vrhova ima pravilan mnogokut kojemu je veličina središnjeg kuta 20° ?

$$\frac{\alpha_n = 20^\circ}{n = ?} \Rightarrow \text{krećemo od } \alpha_n = 20^\circ \text{ i oznaku } \alpha_n \text{ mijenjamo za formulu } \frac{360^\circ}{n}$$

$$\alpha_n = 20^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 20^\circ \quad / \cdot n$$

$$360^\circ = 20^\circ n \quad / : 20^\circ$$

$$n = 18$$

20) Zadan je **pravilni 24 – terokut**. Odredi:

a) broj dijagonala iz jednog vrha,

$$d_n = ?$$

$$d_n = n - 3$$

$$d_{24} = 24 - 3$$

$$d_{24} = 21$$

b) ukupan broj dijagonala,

$$D_n = ?$$

$$D_n = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$$D_{24} = \frac{24 \cdot (24-3)}{2}$$

$$D_{24} = \frac{24 \cdot 21}{2}$$

$$D_{24} = 252$$

c) zbroj veličina unutarnjih kutova,

$$K_n = ?$$

$$K_n = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$K_{24} = (24-2) \cdot 180^\circ$$

$$K_{24} = 22 \cdot 180^\circ$$

$$K_{24} = 3960^\circ$$

d) veličinu jednog unutarnjeg kuta,

$$\beta_n = ?$$

$$\beta_n = \frac{K_n}{n} \quad (K_n \text{ smo odredili u c) podzadatku})$$

$$\beta_{24} = \frac{3960}{24}$$

$$\beta_{24} = 165^\circ$$

e) veličinu jednog vanjskog kuta,

$$\beta'_n = ?$$

$$\beta'_n = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\beta'_{24} = \frac{360^\circ}{24}$$

$$\boxed{\beta'_{24} = 15^\circ}$$

f) veličinu kuta uz osnovicu karakterističnog trokuta,

$$\frac{\beta_n}{2} = ? \quad (\text{pola vanjskog kuta})$$

$$\frac{\beta_{24}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 165^\circ$$

$$\boxed{\frac{\beta_{24}}{2} = 82^\circ 30'}$$

ili uvrstiti u formulu:

$$\frac{\beta_n}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

g) veličinu središnjeg kuta pravilnog mnogokuta.

$$\alpha_n = ? \quad (\text{jednak je kao vanjski kut})$$

$$\alpha_n = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\boxed{\alpha_{24} = 15^\circ}$$

21) Koji pravilni mnogokut ima:

a) veličinu vanjskog kuta 36° ,

$$\beta'_n = 36^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 36^\circ \quad / \cdot n$$

$$36^\circ n = 360^\circ \quad / : 36$$

$$\boxed{n = 10}$$

b) 12 dijagonala koje su povučene iz jednog vrha,

$$d_n = 12$$

$$n - 3 = 12$$

$$\boxed{n = 15}$$

c) zbroj veličina unutarnjih kutova jednak 1980° ,

$$K_n = 1980^\circ$$

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 1980^\circ \quad / : 180^\circ$$

$$n - 2 = 11$$

$$\boxed{n = 13}$$

d) veličinu središnjeg kuta 45° ,

$$\alpha_n = 45^\circ$$

$$\frac{360^\circ}{n} = 45^\circ \quad / \cdot n$$

$$45^\circ n = 360^\circ \quad / : 45$$

$$\boxed{n = 8}$$

e) veličinu kuta uz osnovicu karakterističnog trokuta 72° ,

$$\frac{\beta_n}{2} = 72^\circ \quad / \cdot 2$$

$$\beta_n = 144^\circ$$

$$\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 144^\circ \quad / \cdot n$$

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 144^\circ n$$

$$180^\circ n - 360^\circ = 144^\circ n$$

$$36^\circ n = 360^\circ \quad / : 36^\circ$$

$$\boxed{n = 10}$$

f) ukupno 14 dijagonala?

$$D_n = 14$$

$$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 14 \quad / \cdot 2$$

$$n \cdot (n-3) = 28$$

$$\boxed{7} \cdot \boxed{4} = 28$$

$$\boxed{n = 7}$$