

Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine

1) Veličine x i y obrnuto su proporcionalne s koeficijentom obrnute proporcionalnosti 12. Dopuni tablicu:

x	1		0.8	
y		5		$\frac{9}{2}$

2) Veličine x i y obrnuto su proporcionalne veličine. Dopuni tablicu:

x	1	0.4	0.6	
y		3		5

3) Osam radnika može urediti park za 35 dana. Koliko bi trajao posao ako ga obavlja deset radnika?

4) U autopraonici se za 44 minute opere 8 automobila. Koliko je vremena potrebno za pranje šest automobila?

5) Majka je Vesni za rođendan ispekla kolač. Ako na rođendan dođe 10 djece, svatko će dobiti 3 kolača. Ako na rođendan dođe 15 djece, koliko će svako dijete dobiti kolača?

6) Neki je most 100 ljudi izgradilo za 36 mjeseci.

- Koliko dugo bi trajala gradnja mosta da je bilo upola manje radnika?
- Koliko bi radnika trebalo ako posao mora biti gotov za jednu godinu?

7) Vlak Toshiba – Koludo prijeđe 450 km za 54 minute vožnje.

- Koliko mu je vremena potrebno da prijeđe 1 500 km?
- Kolika je njegova brzina?

8) Vlak prijeđe udaljenost između dvaju gradova za 1.2 sata vozeći brzinom od 250 km/h. Koliko mu vremena treba da prijeđe istu udaljenost ako vozi brzinom od 200 km/h?

9) Tramvajsku prugu 20 radnika popravljaju 15 dana, ali nakon 3 dana na gradilište dođe još 4 radnika. Koliko će ukupno trajati popravak pruge? Za koliko se je dana skratio posao?

10) Montažnu kuću 36 radnika podignu za 20 dana.

Nakon 10 dana pokazala se potreba da kuća bude gotova za 15 dana. Koliko još radnika treba uposliti?

11) Deset krojačica sašije 54 sakoa za dva dana ako rade 9 sati na dan.

Za koliko će dana toliko sakoa sašiti 12 krojačica ako rade 5 sati dnevno?

12) Za popločavanje zida potrebno je 2 400 pločica dimenzija 20 cm x 25 cm.

Koliko je pločica potrebno za popločavanje istog zida ako koristimo pločice dimenzija 20 cm x 40 cm?

13) Ako 3.6 m platna treba platiti 18 €, koliko treba platiti 5.2 m platna?

14) Devet bagera radi osam sati na dan i dovrši posao za 24 radana dana.

Nakon 15 dana jedan se bager pokvari, a ostali rade devet sati na dan. Kada će posao biti završen?

NAPOMENA:

U svakom zadatku potrebno je odrediti koje se veličine proučavaju te u kakvom su odnosu (*proporcionalne ili obrnuto proporcionalne*).

Proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine

– rješenja –

- 1) Veličine x i y obrnuto su proporcionalne s koeficijentom obrnute proporcionalnosti 12.
Dopuni tablicu:

x	1	2.4	0.8	$2\frac{2}{3}$
y	12	5	15	$\frac{9}{2}$

- kako je koeficijent obrnute proporcionalnost jednak broju 12, umnožak veličina x i y mora biti 12

$$5x = 12 \quad /: 5$$
$$x = 2.4$$

$$0.8y = 12 \quad /: 0.8$$
$$y = 120 : 8$$
$$y = 15$$

$$\frac{9}{2}x = 12 \quad /: \frac{9}{2}$$
$$x = 12^4 \cdot \frac{2}{9_3}$$
$$x = \frac{8}{3}$$

- 2) Veličine x i y obrnuto su proporcionalne veličine. Dopuni tablicu:

x	1	0.4	0.6	0.24
y	1.2	3	2	5

- najprije moramo odrediti koeficijent obrnute proporcionalnosti:

$$k = x \cdot y$$

$$k = 0.4 \cdot 3$$

$$k = 1.2$$

- nakon što smo odredili da je $k = 1.2$, mora vrijediti da je umnožak veličina x i y jednak broju 1.2:

$$0.6y = 1.2 \quad /: 0.6$$
$$y = 2$$

$$5x = 1.2 \quad /: 5$$
$$x = 0.24$$

- 3) Osmo radnika može urediti park za 35 dana. Koliko bi trajao posao ako ga obavlja deset radnika?

- veličine koje proučavamo:

BROJ RADNIKA – BROJ DANA

- što je više radnika, trebati će im manje dana da naprave posao ⇒ **obrnuto prop. veličine**

↓	8 radnika	35 dana	↑
↓	10 radnika	x	↑

$$8 : 10 = x : 35$$

$$4 : 5 = x : 35$$

$$5x = 4 \cdot 35 \quad /: 5$$

$$x = \frac{4 \cdot 35^7}{5_1}$$

$$x = 28 \text{ dana}$$

- skratimo omjer s lijeve strane jednadžbe

- vanjski · vanjski = unutarnji · unutarnji

Posao bi trajao 28 dana.

4) U autopraonici se za 44 minute opere 8 automobila.
Koliko je vremena potrebno za pranje šest automobila?

- ▶ veličine koje proučavamo: **VRIJEME – BROJ OPRANIH AUTOMOBILA**
- ▶ što je više vremena, možemo oprati više automobila ⇒ **proporcionalne veličine**

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 44 \text{ min} & 8 \text{ automobila} \\ \downarrow & \frac{x}{44} & \frac{6}{8} \\ \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$44 : x = 8 : 6$$

$$44 : x = 4 : 3$$

$$4x = 44 \cdot 3 \quad / : 4$$

$$x = \frac{44 \cdot 3}{4}$$

$$x = 33 \text{ min}$$

• skratimo omjer s desne strane jednadžbe

• vanjski · vanjski = unutarnji · unutarnji

Za pranje 6 automobila potrebne su 33 min.

5) Majka je Vesni za rođendan ispekla kolač. Ako na rođendan dođe 10 djece, svatko će dobiti 3 kolača. Ako na rođendan dođe 15 djece, koliko će svako dijete dobiti kolača?

- ▶ veličine koje proučavamo: **BROJ DJECE – BROJ KOLAČA KOJI DOBIJE SVATKO DIJETE**
- ▶ što je veći broj djece, svako dječće će dobiti manje kolača ⇒ **obrnuto prop. veličine**

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 10 \text{ djece} & 3 \text{ kolača} \\ \downarrow & \frac{15}{10} & \frac{x}{3} \\ \downarrow & & \uparrow \end{array}$$

$$10 : 15 = x : 3$$

$$2 : 3 = x : 3$$

$$3x = 6 \quad / : 3$$

$$x = 2 \text{ kolača}$$

• skratimo omjer s lijeve strane jednadžbe

• vanjski · vanjski = unutarnji · unutarnji

Ako dođe 15 djece, svako dijete dobiti će 2 kolača.

6) Neki je most 100 ljudi izgradilo za 36 mjeseci.

- Koliko dugo bi trajala gradnja mosta da je bilo upola manje radnika?
- Koliko bi radnika trebalo ako posao mora biti gotov za jednu godinu?

- ▶ veličine koje proučavamo: **BROJ LJUDI – VRIJEME**
- ▶ što više ljudi radi, trebati će im manje vremena da izrade most ⇒ **obrnuto prop. veličine**

$$\text{a) } \begin{array}{ccc} \downarrow & 100 \text{ ljudi} & 36 \text{ mjeseci} \\ \downarrow & \frac{50}{100} & \frac{x}{36} \\ \downarrow & & \uparrow \end{array}$$

$$100 : 50 = x : 36$$

$$2 : 1 = x : 36$$

$$x = 72 \text{ mjeseca}$$

Ako imamo duplo manje ljudi, trebati će im duplo više vremena, tj. 6 godina.

$$\text{b) } \begin{array}{ccc} \downarrow & 100 \text{ ljudi} & 36 \text{ mjeseci} \\ \downarrow & \frac{x}{100} & \frac{12}{36} \\ \downarrow & & \uparrow \end{array}$$

$$100 : x = 12 : 36$$

$$100 : x = 1 : 3$$

$$x = 300 \text{ ljudi}$$

Treba zaposliti 300 ljudi ako posao mora biti gotov za godinu dana.

7) Vlak Toshiba – Koludo prijeđe 450 km za 54 minute vožnje.

a) Koliko mu je vremena potrebno da prijeđe 1 500 km?

b) Kolika je njegova brzina?

▶ veličine koje proučavamo: **PUT – VRIJEME**

▶ što prelazimo dulji put, trebati će nam više vremena ⇒ **proporcionalne veličine**

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad 450 \text{ km} \quad 54 \text{ min} \quad \downarrow \\ \hline 1500 \text{ km} \quad x \end{array}$$

$$450 : 1500 = 54 : x$$

$$3 : 10 = 54 : x$$

$$3x = 10 \cdot 54 \quad / : 3$$

$$x = \frac{10 \cdot 54}{3}$$

$$x = 180 \text{ min}$$

b) **Brzina** ⇒ $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ (dijelimo put i vrijeme)

$$\begin{aligned} 54 \text{ min} &= \frac{54}{60} \text{ sata} \\ &= \frac{9}{10} \text{ sata} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Brzina: } 450 \text{ km} : \frac{9}{10} \text{ sata} &= 450 \cdot \frac{10}{9} \\ &= 500 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Brzina vlaka je 500 km/h.

Vlaku je potrebno 3 sata da prijeđe put od 1 500 km.

8) Vlak prijeđe udaljenost između dvaju gradova za 1.2 sata vozeći brzinom od 250 km/h.

Koliko mu vremena treba da prijeđe istu udaljenost ako vozi brzinom od 200 km/h?

▶ veličine koje proučavamo: **VRIJEME – BRZINA**

▶ što je manja brzina, trebati će nam više vremena da dođemo iz jednog grada u drugi ⇒ **obrnuto proporcionalne veličine**

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad 1.2 \text{ h} \quad 250 \text{ km/h} \quad \uparrow \\ \hline x \quad 200 \text{ km/h} \end{array}$$

$$1.2 : x = 200 : 250$$

$$1.2 : x = 4 : 5$$

$$4x = 6 \quad / : 4$$

$$x = 1.5 \text{ h}$$

• skratimo omjer s desne strane jednadžbe

• vanjski · vanjski = unutarnji · unutarnji

Ako vozi 200 km/h trebati će mu 1 sat i 30 min.

9) Tramvajsku prugu 20 radnika popravlja 15 dana, ali nakon 3 dana na gradilište dođe još 4 radnika.

Koliko će ukupno trajati popravak pruge? Za koliko se je dana skratio posao?

▶ veličine koje proučavamo: **VRIJEME – BROJ RADNIKA**

▶ što više ljudi radi, trebati će im manje vremena ⇒ **obrnuto prop. veličine**

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad 20 \text{ radnika} \quad 12 \text{ dana} \quad \uparrow \\ \hline 24 \text{ radnika} \quad x \end{array}$$

$$20 : 24 = x : 12$$

$$5 : 6 = x : 12$$

$$6x = 5 \cdot 12 \quad / : 6$$

$$x = \frac{5 \cdot 12}{6}$$

$$x = 10 \text{ dana}$$

$$\overline{20 \text{ r, } 15 \text{ d} \quad \mathbf{3. \text{ dan}}}$$

20 r, 12 d [prva postava radila bi još 12 dana]

24 r, x d [nova postavka radnika]

Popravak pruge trajati će 13 dana.

Posao se skratio za 2 dana.

10) Montažnu kuću 36 radnika podignu za 20 dana.

Nakon 10 dana pokazala se potreba da kuća bude gotova za 15 dana. Koliko još radnika treba uposliti?

- ▶ veličine koje proučavamo: **VRIJEME – BROJ RADNIKA**
- ▶ što više ljudi radi, trebati će im manje vremena ⇒ **obrnuto prop. veličine**

$$\begin{array}{l} \downarrow \begin{array}{l} 36 \text{ radnika} \quad 10 \text{ dana} \\ x \text{ radnika} \quad 5 \text{ dana} \end{array} \uparrow \\ 36 : x = 5 : 10 \\ 36 : x = 1 : 2 \\ x = 72 \text{ radnika} \end{array}$$

$$\overline{36 \text{ r, } 20 \text{ d} \quad \mathbf{10. \text{dan}}}$$

36 radnika, 10 d [*prva postava radila bi još 10 dana*]

x radnika, 5 d [*posao treba biti gotov za UKUPNO 15 dana*]

Treba zaposliti još 36 radnika. [Ukupno ih mora biti 72.]

11) Deset krojačica sašije 54 sakoa za dva dana ako rade 9 sati na dan.

Za koliko će dana toliko sakoa sašiti 12 krojačica ako rade 5 sati dnevno?

- ▶ veličine koje proučavamo: **BROJ KROJAČICA – VRIJEME RADA**
- ▶ što je više krojačica, trebati će im manje vremena da sašiju sakoe ⇒ **obrnuto prop. veličine**

- **vrijeme:** 2 dana po 9 sati = 18 sati rada
x dana po 5 sati = 5x sati rada

$$\begin{array}{l} \downarrow \begin{array}{l} 10 \text{ krojačica} \quad 18 \text{ sati} \\ 12 \text{ krojačica} \quad 5x \text{ sati} \end{array} \uparrow \\ 10 : 12 = 5x : 18 \\ 5 : 6 = 5x : 18 \\ 30x = 5 \cdot 18 \quad / : 30 \\ x = \frac{5^1 \cdot 18^3}{30^1} \\ x = 3 \text{ dana} \end{array}$$

• skratimo omjer s lijeve strane jednadžbe

• vanjski · vanjski = unutarnji · unutarnji

12 krojačica radeći po 5 sati dnevno sašiti će sakoe za 3 dana.

12) Za popločavanje zida potrebno je 2 400 pločica dimenzija 20 cm x 25 cm.

Koliko je pločica potrebno za popločavanje istog zida ako koristimo pločice dimenzija 20 cm x 40 cm?

- ▶ veličine koje proučavamo: **BROJ PLOČICA – POVRŠINA JEDNE PLOČICE**
- ▶ što je veća površina jedne pločice, trebati će nam manji broj pločica ⇒ **obrnuto prop. veličine**

- **površina pločice:** 20 cm x 25 cm = 500 cm²
20 cm x 40 cm = 800 cm²

$$\begin{array}{l} \downarrow \begin{array}{l} 2 \text{ 400 pločica} \quad 500 \text{ cm}^2 \\ x \text{ pločica} \quad 800 \text{ cm}^2 \end{array} \uparrow \\ 2 \text{ 400} : x = 800 : 500 \\ 2 \text{ 400} : x = 8 : 5 \\ 8x = 2 \text{ 400} \cdot 5 \quad / : 8 \\ x = \frac{2400^3 \cdot 5}{8^1} \\ x = 1 \text{ 500 pločica} \end{array}$$

• skratimo omjer s desne strane jednadžbe

• vanjski · vanjski = unutarnji · unutarnji

Trebati ćemo 1 500 pločica dimenzija 20 x 40 cm.

13) Ako 3.6 m platna treba platiti 18 €, koliko treba platiti 5.2 m platna?

- ▶ veličine koje proučavamo: **DULJINA PLATNA – CIJENA**
- ▶ što je dulje platno, morati ćemo platiti veću cijenu ⇒ **proporcionalne veličine**

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 3.6 m & 18 \text{ €} \\ & \hline & 5.2 m & x \\ \downarrow & & \end{array}$$

$$3.6 : 5.2 = 18 : x$$

$$0.9 : 1.3 = 18 : x$$

$$0.9x = 18 \cdot 1.3 \quad / : 0.9$$

$$x = \frac{18 \cdot 1.3}{0.9}$$

$$x = \frac{2.6}{0.1}$$

$$x = 26 \text{ €}$$

• skratimo omjer s lijeve strane jednadžbe s 4

• vanjski · vanjski = unutarnji · unutarnji

5.2 m platna platiti ćemo 26 €.

14) Devet bagera radi osam sati na dan i dovrši posao za 24 radana dana.

Nakon 15 dana jedan se bager pokvari, a ostali rade devet sati na dan. Kada će posao biti završen?

- ▶ veličine koje proučavamo: **BROJ BAGERA – VRIJEME**
- ▶ što više bagera radi, trebati će im manje vremena ⇒ **obrnuto prop. veličine**

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 9 \text{ bagera} & 72 \text{ sata} \\ & \hline & 8 \text{ bagera} & 9x \text{ sati} \\ \uparrow & & \end{array}$$

$$9 : 8 = 9x : 72$$

$$9 : 8 = x : 8$$

$$8x = 72 \quad / : 8$$

$$x = 9 \text{ dana}$$

9 b, 192 sati **15.dan**

9 bagera, još 9 dana, tj. **72 sata**

8 bagera, x dana po 9 sati, tj. **9x sati**

Posao će biti završen za ukupno 24 dana.