

Kvadriranje racionalnih brojeva (8.razred)

Definicije i formule:

1) Kvadrat broja a umnožak je broja a s njime samim.

$$a^2 = a \cdot a$$

2) Kvadrat umnoška dvaju brojeva jednak je umnošku tih kvadrata.

- ako su zajedno, možemo ih razdvojiti i obratno

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

3) Kvadrat količnika dvaju brojeva jednak je količniku kvadrata tih brojeva.

- ako su zajedno, možemo ih razdvojiti i obratno

$$(a : b)^2 = a^2 : b^2 \text{ ili } \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

4) Broj množi zagradu \rightarrow broj množi svaki broj u zagradi

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

5) Zbroj množimo zbrojem tako da svaki član prvog zbroja pomožimo sa svakim članom drugog zbroja.

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

... množimo svaki sa svakim

6) Kvadrat binoma: (1. na kvadrat, + ili - dva puta prvi puta drugi + drugi na kvadrat)

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \text{ ... kvadrat zbroja} \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \text{ ... kvadrat razlike} \end{aligned}$$

Pr.1. Izračunaj kvadrate sljedećih brojeva:

a) 7^2 , b) $(-4)^2$, c) -11^2 , d) 2.7^2 , e) 200^2 , f) $\left(\frac{-4}{5}\right)^2$, g) $\left(-2\frac{3}{8}\right)^2$.

Rješenje:

a) $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$

b) $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$

c) $-11^2 = -11 \cdot 11 = -121$

d) $2.7^2 = 2.7 \cdot 2.7 = 7.29$

e) $200^2 = 200 \cdot 200 = 40000$

f) $\left(\frac{-4}{5}\right)^2 = \left(\frac{-4}{5}\right) \cdot \left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{16}{25}$

g) $\left(-2\frac{3}{8}\right)^2 = \left(\frac{-19}{8}\right)^2 = \frac{361}{64}$

Kvadrat pozitivnog broja je pozitivan broj.

Kvadrat negativnog broja je pozitivan broj.

Ako minus nije u zagradi, kvadrat se ne odnosi na njega.

Kvadriranjem se udvostručuje broj decimala.

Kvadriranjem se udvostručuje broj nula.

1) Izračunaj:

a) $-3^2 - (-3)^2 = -9 - 9 = -18$

b) $(-3)^2 - 3^2 = 9 - 9 = 0$

c) $-3^2 + (-3)^2 = -9 + 9 = 0$

d) $-3^2 - 3^2 = -9 - 9 = -18$

e) $(-3)^2 - (-3)^2 = 9 - 9 = 0$

f) $-[3^2 - (-3)^2] = -[9 - 9] = 0$

2) Koliko je:

a) $-\frac{2^2}{5} = -\frac{4}{5}$,

b) $\frac{(-2)^2}{5} = \frac{4}{5}$,

c) $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$,

d) $\frac{2}{(-5)^2} = \frac{2}{25}$,

e) $-\left(-\frac{2}{5}\right)^2 = -\frac{4}{25}$,

f) $\frac{-2}{5^2} = \frac{-2}{25}$.

Pr.2. Primjenjujući pravilo $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$, izračunaj:

a) $(4 \cdot 3)^2$, b) $(0.5 \cdot 6)^2$, c) $(0.1 \cdot 0.25)^2$, d) $(4ab)^2$, e) $(2x3y)^2$.

Rješenje:

a) $(4 \cdot 3)^2 = 16 \cdot 9 = 144$, b) $(0.5 \cdot 6)^2 = 0.25 \cdot 36 = 9$, c) $(0.1 \cdot 0.25)^2 = 0.01 \cdot 0.0625 = 0.000625$,
d) $(4ab)^2 = 16a^2b^2$, e) $(2x3y)^2 = 4x^29y^2 = 36x^2y^2$.

Napomena: Zajedno su (u istoj zagradi) pa ih odvojimo i posebno svakog kvadriramo.

Pr.3. Koliko je:

a) $5^2 \cdot 3^2$, b) $7^2 \cdot 6^2$, c) $\left(\frac{-1}{6}\right)^2 \cdot 9^2$?

Rješenje:

a) $5^2 \cdot 3^2 = (5 \cdot 3)^2 = 15^2 = 225$, b) $7^2 \cdot 6^2 = (7 \cdot 6)^2 = 42^2 = 1764$, c) $\left(\frac{-1}{6}\right)^2 \cdot 9^2 = \left(\frac{-1}{6} \cdot 9\right)^2 = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.

Napomena: Odvojeni su, pa ih možemo spojiti, tj. staviti u zagradu pa kvadrirati.

Pr.4. Izračunaj primjenjujući pravilo: a) $(14 : 5)^2$, b) $\left(\frac{12}{13}\right)^2$.

Rješenje: a) $(14 : 5)^2 = 14^2 : 5^2 = 196 : 25 = 7.84$

b) $\left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{12^2}{13^2} = \frac{144}{169}$

Napomena: Zajedno su (u istoj zagradi) pa ih odvojimo i posebno svakog kvadriramo.

Pr.5. Izračunaj primjenjujući pravilo: a) $15^2 : 3^2$, b) $\left(\frac{14}{19}\right)^2 : \left(\frac{7}{38}\right)^2$.

Rješenje: a) $15^2 : 3^2 = (15 : 3)^2 = 5^2 = 25$

b) $\left(\frac{14}{19}\right)^2 : \left(\frac{7}{38}\right)^2 = \left(\frac{14}{19} : \frac{7}{38}\right)^2$
 $= \left(\frac{\cancel{14}^2 \cdot 38^2}{19 \cdot \cancel{7}_1}\right)^2$
 $= 4^2 = 16$

Napomena: Odvojeni su, pa ih možemo spojiti, tj. staviti u zagradu pa kvadrirati.

3) Izračunaj rabeći naučena svojstva:

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 4^2$, b) $9^2 \cdot \left(\frac{-4}{3}\right)^2$, c) $\left(\frac{4}{9}\right)^2 : \left(2\frac{2}{3}\right)^2$,
d) $11^2 \cdot \left(\frac{5}{33}\right)^2$, e) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 : \left(\frac{3}{8}\right)^2$, f) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^2 : \left(2\frac{1}{2}\right)^2$.

Rješenje: a) **9**, b) **144**, c) $\frac{1}{36}$, d) $\frac{25}{9}$, e) **4**, f) $\frac{16}{9}$.

4) Koliko je:

$$a) (-1.25)^2 : \left(1\frac{1}{4}\right)^2 = \left(-1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{4}\right)^2 = 1$$

$$d) 0.05^2 : (-0.25)^2 = (5 : (-25))^2 = 0.04$$

$$b) \left(\frac{125}{64}\right)^2 : \left(\frac{75}{16}\right)^2 = \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{144}$$

$$e) \left(\frac{207}{976}\right)^2 \cdot \left(\frac{976}{207}\right)^2 = 1$$

$$c) \left(\frac{-25}{3}\right)^2 \cdot (-0.09)^2 = \left(\frac{-25}{3} \cdot \frac{-9}{100}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$f) \left(\frac{-18}{25}\right)^2 \cdot \left(\frac{-20}{27}\right)^2 = \left(\frac{8}{15}\right)^2 = \frac{64}{225}$$

5) Izračunaj:

$$a) 40^2 \cdot 0.1^2 = 16$$

$$c) (11 : 4)^2 = \frac{121}{16}$$

$$e) \left(-1\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(1\frac{1}{5}\right)^2 = 4$$

$$b) 20^2 : 5^2 = 16$$

$$d) (7 \cdot 0.13)^2 = 0.8281$$

$$f) \left(2\frac{1}{5}\right)^2 : \left(-1\frac{1}{10}\right)^2 = 4$$

Algebarski izrazi (zbrajamo iste s istim $\rightarrow x^2$ s x^2 , x -ve s x -vima, brojeve s brojevima, ...)

6) Pojednostavi (reduciraj) algebarski izraz:

$$a) 2 \underline{-x} + 3 \underline{+5x} - 10 = \underline{4x} - 5$$

$$b) -5a + \underline{a^2} - \underline{4a^2} + 8a = -3a^2 + 3a$$

$$c) -z^2 + (2z - 1) - (-z^2 + 2z - 1) = -z^2 + 2z - 1 + z^2 - 2z + 1 \\ = -z^2$$

Množenje algebarskih izraza:

7) Izračunaj:

$$a) 3(a + 6) = \mathbf{3a + 18},$$

$$b) 2(4x - 1) = \mathbf{8x - 2},$$

$$c) (x - 2y) \cdot 5 = \mathbf{5x - 10y},$$

$$d) -9(1 - 3x) = \mathbf{-9 + 27x},$$

$$e) -1 \cdot (3 + 2z) \cdot 4 = \mathbf{-12 - 8z},$$

$$f) -x(x + 1) = \mathbf{-x^2 - x}.$$

Napomena: Ako broj množi zagradu, onda on množi svaki broj u zagradi.

$$8) Pomnoži: a) $x(3x - 2)$, b) $-4x(2x + 5y)$, c) $-a(3a + 0.1b)$, d) $-x(3x + 5y)$, e) $-\frac{2}{5}x\left(\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}\right)$.$$

Rješenje:

$$a) x(3x - 2) = \mathbf{3x^2 - 2x},$$

$$b) -4x(2x + 5y) = \mathbf{-8x^2 - 20xy},$$

$$c) -a(3a + 0.1b) = \mathbf{-3a^2 - 0.1ab}$$

$$d) -x(3x + 5y) = \mathbf{-3x^2 - 5xy},$$

$$e) -\frac{2}{5}x\left(\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}\right) = \frac{-1}{10}x^2 - \frac{1}{2}.$$

9) Pomnoži:

$$a) -2(5x - 3y) - 5(x - y) = -10x + 6y - 5x + 5y \\ = \mathbf{-15x + 11y}$$

$$b) 3(a - b + 2c) = \mathbf{3a - 3b + 6c}$$

$$c) 3xy(2x - 3y + 2) - xy(3x - y - 1) = 6x^2y - 9xy^2 + 6xy - 3x^2y + xy^2 + xy \\ = \mathbf{3x^2y - 8xy^2 + 7xy}$$

10) Pomnoži:

a) $(x + 3)(y + 2) = xy + 2x + 3y + 6$

b) $(a - 1)(b - 4) = ab - 4a - b + 4$

c) $(p - 5)(q - 6) = pq - 6p - 5q + 30$

d) $(c - 1)(d + 7) = cd + 7c - d - 7$

e) $(8a + 3b)(2a - 7b) = 16a^2 - 56ab + 6ab - 21b^2$
 $= 16a^2 - 50ab - 21b^2$

f) $(5x - 2)(x + 6) = 5x^2 + 30x - 2x - 12$
 $= 5x^2 + 28x - 12$

g) $\left(\frac{1}{2}a + 1\right)\left(a - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{8}a + a - \frac{1}{4}$
 $= \frac{1}{2}a^2 + \frac{7}{8}a - \frac{1}{4}$

Napomena: Zagrade se rješavamo tako da pomnožimo svaki sa svakim.

11) Kvadriraj (**kvadrat binoma**):

a) $(k - 8)^2 = k^2 - 16k + 64,$

c) $(-7 + o)^2 = o^2 - 14o + 49,$

e) $\left(\frac{2}{3} - 2y\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{8}{3}y + 4y^2,$

b) $(-a - 3)^2 = a^2 + 6a + 9,$

d) $(x + t)^2 = x^2 + 2xt + t^2,$

f) $\left(1 - \frac{3}{4}c\right)^2 = 1 - \frac{3}{2}c + \frac{9}{16}c^2.$

12) Napiši u obliku kvadrata binoma: (**prepoznati kvadrat binoma**)

a) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2,$

c) $0.09a - 0.18ab + 9b^2 = (0.3a - 3b)^2,$

e) $49a^2 - 56ab + 16b^2 = (7a - 4b)^2,$

b) $25y^2 + 70y + 49 = (5y + 7)^2,$

d) $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2,$

f) $z^2 - 8z + 16 = (z - 4)^2.$