

**Primjena sustava linearnih jednadžbi**  
- rješenja -

1) Razlika dvaju brojeva je 264, a njihov količnik je 9. koji su to brojevi?

$x$  – prvi broj  
 $y$  – drugi broj

Razlika dvaju brojeva je 264:  $x - y = 264$   
Količnik tih brojeva je 9:  $x : y = 9$

$$\frac{x}{y} = 9 \rightarrow \boxed{x = 9y} \quad (\text{supstitucija})$$
$$\underline{x - y = 264}$$

$$\begin{array}{r} 9y - y = 264 \\ 8y = 264 / :8 \\ y = 33 \end{array} \quad \begin{array}{r} x = 9y \\ x = 9 \cdot 33 \\ x = 297 \end{array}$$

**To su brojevi 297 i 33.**

2) Zbroj dvaju brojeva jest 255, pri čemu je 40% prvog broja jednako 11% drugoga. Koji su to brojevi?

$x$  – prvi broj  
 $y$  – drugi broj

Zbroj dva broja je 255:  $x + y = 255$   
**40% prvog je 11% drugog:  $40\% \cdot x = 11\% \cdot y$**

$$\begin{array}{r} x + y = 255 \\ \frac{40}{100}x = \frac{11}{100}y / \cdot 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 255 \\ 40x = 11y \\ \underline{x + y = 255} \quad / \cdot 11 \\ 40x - 11y = 0 \\ 11x + 11y = 2805 \\ \underline{40x - 11y = 0} \\ 51x = 2805 / : 51 \\ x = 55 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + y = 255 \\ 55 + y = 255 \\ y = 200 \end{array}$$

**To su brojevi 55 i 200.**

3) Dva broja odnose se kao 2 : 1. Ako prvi broj smanjimo za 1, a drugi za 3, tada se oni odnose kao 5 : 2. Koji su to brojevi?

$x$  – prvi broj  
 $y$  – drugi broj

Dva broja odnose se kao 2 : 1:  $x : y = 2 : 1$   
Prvi smanjimo za 1, a drugi za 3 onda se oni odnose kao 5 : 2:  $(x - 1) : (y - 3) = 5 : 2$

$$\begin{aligned}
 x : y &= 2 : 1 \\
 (x-1) : (y-3) &= 5 : 2 \\
 x &= 2y \\
 \underline{2(x-1) = 5(y-3)} \\
 x &= 2y \\
 \underline{2x-2 = 5y-15} \\
 \mathbf{x = 2y} \\
 \underline{2x-5y = -13}
 \end{aligned}$$

→ riješimo proporciju (**vanjski** · **vanjski** = **unutarnji** · **unutarnji**)

→ broj množi zagradu (**množi svaki broj u zagradi**)

→ sveli smo sustav na **standardni oblik** (metoda **suspsitucije**)  
[prva jednađžba je **supstitucija**]

$$\begin{aligned}
 2 \cdot \mathbf{2y} - 5y &= -13 \\
 4y - 5y &= -13 \\
 -y &= -13 / \cdot (-1) \\
 \mathbf{y = 13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= 2y \\
 x &= 2 \cdot \mathbf{13} \\
 \mathbf{x = 26}
 \end{aligned}$$

**To su brojevi 26 i 13.**

- 4) Opseg pravokutnika je 32 cm. Njegova visina iznosi trećinu duljine. Kolike su stranice tog pravokutnika?

**a** – duljina pravokutnika

**b** – visina pravokutnika

Opseg je 32:  $2a + 2b = 32$

**Visina** je trećina **duljine**:  $b = \frac{1}{3}a$

$$2a + 2b = 32 / :2$$

$$b = \frac{1}{3}a / \cdot 3$$

---


$$a + b = 16$$

**3b = a** → **supstitucija**

$$\mathbf{3b} + b = 16$$

$$a = 3b$$

$$4b = 16 / :4$$

$$a = 3 \cdot 4$$

$$\mathbf{b = 4 cm}$$

$$\mathbf{a = 12 cm}$$

**Duljina pravokutnika je 12 cm, a visina 4 cm.**

- 5) Opseg jednakokravnog trokuta je 40 cm. Duljina osnovice je dva puta manja od duljine kraka. Izračunaj stranice tog trokuta.

**a** – duljina osnovice

**b** – duljina kraka

Opseg je 40 cm:  $a + 2b = 40$

**Osnovica** je 2 puta manja od **kraka**:  $a = b : 2$

$$a = \frac{b}{2} / \cdot 2$$

$$\underline{a + 2b = 40}$$

$$2a = b$$

$$\underline{a + 2b = 40}$$

→  $\mathbf{b = 2a}$  (supstitucija)

$$a + 2 \cdot 2a = 40$$

$$a + 4a = 40$$

$$5a = 40 / :5$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$b = 2a$$

$$b = 2 \cdot 8$$

$$b = 16 \text{ cm}$$

Duljina osnovice je 8 cm, a duljina kraka 16 cm.

- 6) Opseg jednakokrakog trokuta je 16 cm, a osnovica se prema kraku odnosi kao 2 : 3.  
Koliko su stranice tog trokuta?

$a$  – duljina osnovice

$b$  – duljina kraka

Opseg je 40 cm:

$$a + 2b = 16$$

Osnovica : krak je 2 : 3:

$$a : b = 2 : 3$$

(vanjski · vanjski = unutarnji · unutarnji)

$$a + 2b = 16$$

$$\underline{3a = 2b}$$

$$a + 2b = 16$$

$$\underline{3a - 2b = 0}$$

$$4a = 16 / :4$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

$$3 \cdot 4 - 2b = 0$$

$$12 - 2b = 0$$

$$-2b = -12 / :(-2)$$

$$b = 6 \text{ cm}$$

Duljina osnovice je 4 cm, a duljina kraka 6 cm.

- 7) Ako brojnik i nazivnik nekog nekog razlomka uvećamo za 4, dobit ćemo  $\frac{7}{8}$ , a ako brojnik tog razlomka uvećamo dvostruko, a nazivnik umanjimo za 3, dobit ćemo 6. Koji je to razlomak?

Neka je traženi razlomak oblika  $\frac{x}{y}$  ( $x$  – brojnik,  $y$  – nazivnik).

Brojnik i nazivnik uvećamo za 4 dobijemo  $\frac{7}{8}$ :  $\frac{x+4}{y+4} = \frac{7}{8}$

Brojnik dvostruko uvećamo, nazivnik umanjimo za 3, dobijemo 6:  $\frac{2x}{y-3} = 6$

$$\frac{x+4}{y+4} = \frac{7}{8}$$

→ unakrsno množimo

$$\frac{2x}{y-3} = 6$$

$$8(x+4) = 7(y+4)$$

$$\underline{2x = 6(y-3)}$$

$$8x + 32 = 7y + 28$$

$$\underline{2x = 6y - 18}$$

$$8x - 7y = -4$$

→ standardni oblik

$$\underline{2x - 6y = -18} / \cdot (-4)$$

$$8x - 7y = -4$$

$$\underline{-8x + 24y = 72}$$

$$17y = 68 / :17$$

$$y = 4$$

$$2x - 6 \cdot 4 = -18$$

$$2x - 24 = -18$$

$$2x = 6 / :2$$

$$x = 3$$

Traženi razlomak je  $\frac{3}{4}$ .

- 8) Brojnik nekog razlomka je za 3 manji od nazivnika. Dodamo li brojniku i nazivniku broj 5, vrijednost razlomka biti će  $\frac{3}{4}$ . Koji je to razlomak?

Neka je traženi razlomak oblika  $\frac{x}{y}$  ( $x$  – brojnik,  $y$  – nazivnik).

**Brojnik je za 3 manji od nazivnika:**

$$x = y - 3$$

Brojnik i nazivnik uvećamo za 5 dobijemo  $\frac{3}{4}$ :

$$\frac{x+5}{y+5} = \frac{3}{4}$$

$$x = y - 3$$

$$4(x+5) = 3(y+5)$$

$$x = y - 3$$

$$4x + 20 = 3y + 15$$

$$x = y - 3$$

$$4x - 3y = -5$$

→  $x = y - 3$  (supstitucija)

$$4(y-3) - 3y = -5$$

$$x = y - 3$$

$$4y - 12 - 3y = -5$$

$$x = 7 - 3$$

$$y = 7$$

$$x = 4$$

Traženi razlomak je  $\frac{4}{7}$ .

- 9) 5.5 kg jabuka i 3.5 kg marelica treba platiti 69.50 kn. 7 kg jabuka i 7 kg marelica treba platiti 119 kn.
- Kolika je cijena jabuka i marelica po kilogramu?
  - Koliko treba platiti 3.5 kg jabuka i 5 kg marelica?

$x$  – cijena 1 kg jabuka

$y$  – cijena 1 kg marelica

a) **ukupna cijena = količina · cijena po kilogramu**

$$5.5x + 3.5y = 69.5 \quad / \cdot 10$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{55x + 35y = 695 \quad / :5}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{11x + 7y = 139}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{11x + 7y = 139} \quad / \cdot (-1)$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$\frac{7x + 7y = 119}{-7x - 7y = -119}$$

$$7x + 7y = 119$$

$$7 \cdot 5 + 7y = 119$$

$$7y = 84 \quad / :7$$

$$y = 12$$

**Cijena 1 kg jabuka je 5 kn, a marelica 12 kn.**

- b)  $3.5 \cdot 5 + 5 \cdot 12 = 17.5 + 60$   
 $= 77.5$

**3.5 kg jabuka i 5 kg marelica treba platiti 77.50 kn.**

10) U razredu od 32 učenika je trostruko više dječaka nego djevojčica.  
Koliko je dječaka, a koliko djevojčica u tom razredu?

$x$  – broj dječaka  
 $y$  – broj djevojčica

U razredu je 32 učenika:  $x + y = 32$

3 puta više dječaka nego djevojčica:  $x = 3y$

$$x + y = 32$$

$$\underline{x = 3y} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{x = 3y}$$

(supstitucija)

$$3y + y = 32$$

$$4y = 32 / :4$$

$$y = 8$$

$$x = 3y$$

$$x = 3 \cdot 8$$

$$x = 24$$

**U razredu je 8 djevojčica i 24 dječaka.**

11) Na nekom natjecanju iz matematike bilo je 20 zadataka. Za svaki točno riješeni zadatak učenik dobiva 10 bodova. Za svaki netočno riješen ili neriješen zadatak gubi 5 bodova. Ako je učenik dobio 35 bodova, koliko zadataka je točno riješio?

$x$  – broj **točno** riješenih zadataka

$y$  – broj **netočno** riješenih zadataka

Ukupno zadataka (svi točni i netočni):  $x + y = 20$

Osvojeni bodovi:  $10x - 5y = 35$

$$x + y = 20$$

$$\underline{10x - 5y = 35} / :5$$

$$x + y = 20$$

$$\underline{2x - y = 7}$$

$$3x = 27 / :3$$

$$x = 9$$

**Učenik je točno riješio 9 zadataka.**

12) Koliko treba pomiješati alkohola jakosti 15% i alkohola jakosti 35% da se dobije 40 l alkohola jakosti 20%?

$x$  – količina smjese jakosti 20% (u litrama)

$y$  – količina smjese jakosti 30% (u litrama)

Ukupno moramo imati 40 l smjese:  $x + y = 40$

Koliko ima alkohola u pojedinoj smjesi?  $15\% \cdot x + 35\% \cdot y = 20\% \cdot 40 / \cdot 100$  (da se riješimo nazivnika)

$$x + y = 40$$

$$\underline{15x + 35y = 20 \cdot 40} / :5$$

$$x + y = 40 / \cdot (-3)$$

$$\underline{3x + 7y = 160}$$

$$-3x - 3y = -120$$

$$\underline{3x + 7y = 160}$$

$$4y = 40 / :4$$

$$y = 10 \text{ l}$$

$$x + y = 40$$

$$x + 10 = 40$$

$$x = 30 \text{ l}$$

**Treba pomiješati 30 l alkohola jakosti 15% i 10 l alkohola jakosti 35%.**

13) U jednoj auto-radionici u jednom mjesecu popravljena su 44 vozila i to motocikli i automobili. Na svim tim vozilima bilo je ukupno 144 kotača. Koliko je bilo motocikala, a koliko automobila?

$x$  – broj motocikala  
 $y$  – broj automobila

Ukupno 44 vozila:  $x + y = 44$   
Ukupno 144 kotača.  $2x + 4y = 144$

$$\begin{array}{r} x + y = 44 \\ \underline{2x + 4y = 144} \quad / :2 \\ x + y = 44 \quad / \cdot (-1) \\ \underline{x + 2y = 72} \\ -x - y = -44 \\ \underline{x + 2y = 72} \\ \quad \quad \quad \mathbf{y = 28} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 44 \\ x + \mathbf{28} = 44 \\ \quad \quad \quad \mathbf{x = 16} \end{array}$$

**Bilo je 16 motocikala i 28 automobila.**