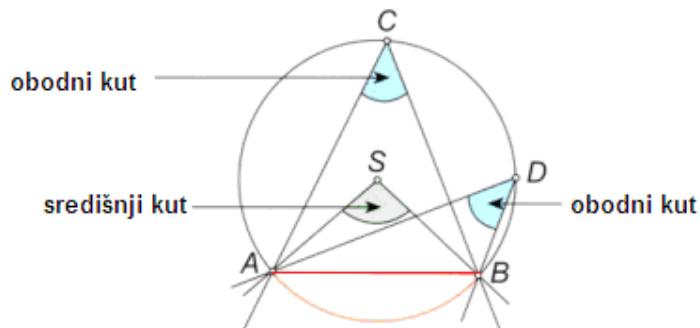


## Obodni i središnji kut



**Definicije:**

**Središnji kut luka**  $\widehat{AB}$  (i tetive  $\overline{AB}$ ) kružnice – kut čiji je vrh u središtu kružnice i čiji krakovi sijeku kružnicu u točkama  $A$  i  $B$

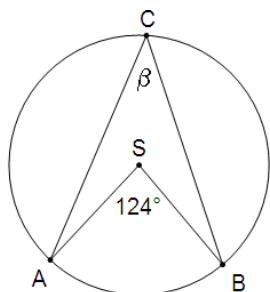
**Obodni kut luka**  $\widehat{AB}$  (i tetive  $\overline{AB}$ ) kružnice – kut čiji je vrh na kružnici i čiji krakovi sijeku kružnicu u točkama  $A$  i  $B$

**Zaključci:**

- svakom **obodnom kutu** pripada točno **jedan središnji kut** (nad istim kružnim lukom).
- **svi obodni kutovi** nad istim kružnim lukom **jednakih su veličina** (ima ih beskonačno mnogo)
- **središnji je kut dvostruko veći od pripadnog obodnog kuta**  $\boxed{\alpha = 2\beta}$

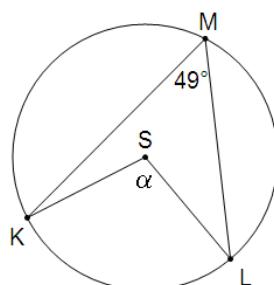
**Zadaci:**

1) Odredi veličine nepoznatih kutova sa slike:



-  $\beta$  je **obodni kut**, pa je **dvostruko manji od središnjeg kuta**  $\alpha$ :

$$\begin{aligned}\beta &= 124^\circ : 2 \\ \beta &= 62^\circ\end{aligned}$$



-  $\alpha$  je **obodni kut**, pa je **dvostruko veći od obodnog kuta**  $\beta$ :

$$\begin{aligned}\alpha &= 49^\circ \cdot 2 \\ \alpha &= 98^\circ\end{aligned}$$

2) Izračunaj veličinu središnjeg kuta nad tetivom  $\widehat{AB}$  ako je veličina odgovarajućeg obodnog kuta:  
 a)  $25^\circ 10'$ ,      b)  $17^\circ 26' 15''$ ,      c)  $86^\circ 37' 48''$ .

**Rješenje:**

- |                                 |                                      |
|---------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\alpha = 2\beta$            | b) $\alpha = 2\beta$                 |
| $\alpha = 2 \cdot 25^\circ 10'$ | $\alpha = 2 \cdot 17^\circ 26' 15''$ |
| $\alpha = 50^\circ 20'$         | $\alpha = 24^\circ 52' 30''$         |

$$c) \frac{\beta = 86^\circ 37' 48''}{\alpha = ?}$$

$$\alpha = 2\beta$$

$$\alpha = 2 \cdot 86^\circ 37' 48''$$

$$\alpha = 172^\circ 74' 96'' \rightarrow \text{preračunavamo kad su minute i sekunde veće od } 60$$

$$\rightarrow 96'' = 60'' + 36'' = 1' + 36'' \quad (1' \text{ dodamo u } 74', \text{ pa ukupno imamo } 75')$$

$$\alpha = 172^\circ 75' 36'' \rightarrow 75' = 60' + 15' = 1^\circ + 15'$$

$$\alpha = 173^\circ 15' 36'' \rightarrow \text{imali smo } 172^\circ, \text{ ali smo dodali } 1^\circ \text{ koji smo pretvorili iz minuta, pa ukupno ima } 173^\circ$$

---

3) Izračunaj veličinu obodnog kuta nad tetivom  $\hat{AB}$  ako je veličina odgovarajućeg središnjeg kuta:

$$a) 125^\circ,$$

$$b) 68^\circ 54',$$

$$c) 262^\circ 29' 16''.$$

### Rješenje:

- zadana je veličin **središnjeg** kuta, a tražimo **obodni** kut koji je **dvostruko** manji (dijelimo sa 2):

$$a) \frac{\alpha = 125^\circ}{\beta = ?}$$

$$\beta = 125^\circ : 2 \rightarrow 125 \text{ nije djeljiv sa 2, pa ćemo uzeti jedan stupanj i pretvoriti ga u kutne minute } (1^\circ = 60')$$

$$\beta = 124^\circ 60' : 2 \rightarrow \text{sada su oba broja djeljiva sa 2, pa možemo podijeliti}$$

$$\underline{\beta = 62^\circ 30'}$$

$$b) \frac{\alpha = 68^\circ 54'}{\beta = ?}$$

$$\beta = 68^\circ 54' : 2 \rightarrow \text{oba su broja djeljiva sa 2, pa možemo odmah podijeliti}$$

$$\underline{\beta = 34^\circ 27'}$$

$$c) \frac{\alpha = 261^\circ 29' 16''}{\beta = ?}$$

$$\beta = 261^\circ 29' 16'' : 2 \rightarrow \text{stupnjevi nisu parni, pa uzimamo } 1^\circ \text{ i pretvaramo ga u } 60' \text{ (koje dodamo u } 29')$$

$$\beta = 260^\circ 89' 16'' : 2 \rightarrow \text{minute nisu parne, pa uzimamo } 1' \text{ i pretvaramo ju u } 60'' \text{ (koje dodamo u } 16'')$$

$$\beta = 260^\circ 88' 76'' : 2 \rightarrow \text{sada su svi brojevi parni, pa podijelimo sa 2}$$

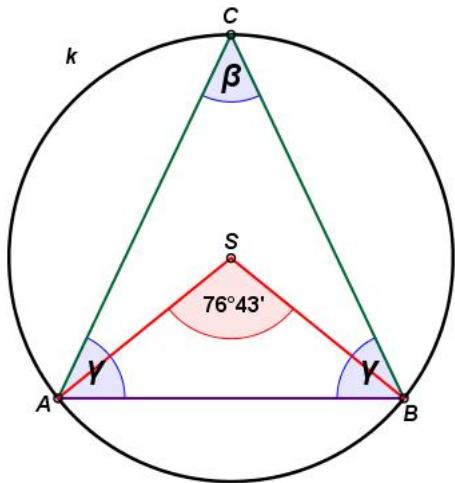
$$\underline{\beta = 130^\circ 44' 38'}$$

---

4) U kružnicu je upisan jednakokračni  $\Delta KLM$  s osnovicom  $\overline{AB}$ .

Veličina središnjeg kuta nad osnovicom  $\overline{KL}$  jest  $76^\circ 43'$ . Izračunaj veličine unutarnjih kutova tog trokuta.

- najprije napravimo skicu:



Označimo veličine kutova u trokutu:

$\Delta ABC$  je **jednakokračan**:

$$|\angle BAC| = |\angle ABC| = \gamma$$

(kutovi uz **osnovicu** jednakokračnog trokuta, jednakih su veličina)

$$|\angle BCA| = \beta$$

$\Delta ASB$  je **jednakokračan** ( $|AS| = |BS| = r$  ... polumjer kružnice)

- 1)  $\beta$  je **obodni kut** od središnjeg kuta veličine  $76^\circ 43'$ :

$$\beta = 76^\circ 43' : 2$$

$$\beta = 76^\circ 42' 60'' : 2$$

$$\beta = 38^\circ 21' 30''$$

$\rightarrow 43'$  nije djeljivo sa 2, pa pretvaramo  $43' = 42' 60''$

$\rightarrow$  sada su svi brojevi djeljivi sa 2, pa podijelimo

- 2) Gledamo  $\Delta ABC$ . Sada u njemu znamo veličinu jednog kuta ( $\beta$ ), a ostala dva su jednakih veličina ( $\gamma$ ).

Zbroj veličina unutarnjih kutova u trokutu je  $180^\circ$ :

$$\gamma + \gamma + 38^\circ 21' 30'' = 180^\circ$$

$$2\gamma = 180^\circ - 38^\circ 21' 30''$$

$$2\gamma = 179^\circ 59' 60'' - 38^\circ 21' 30''$$

$$2\gamma = 141^\circ 38' 30'' / :2$$

$$\gamma = 141^\circ 38' 30'' : 2$$

$$\gamma = 140^\circ 98' 30'' : 2$$

$$\underline{\underline{\gamma = 70^\circ 49' 15''}}$$

$\rightarrow$  nepoznanice na jednu stranu, brojevi na drugu

$\rightarrow 180^\circ$  pretvorimo u stupnjeve, minute i sekunde

$\rightarrow$  dijelimo jednadžbu sa 2 kako bismo dobili jednu  $\gamma$

$\rightarrow 141^\circ$  nije djeljiv sa 2, pa uzimamo  $1^\circ$  i pretvaramo u  $60'$

Veličine unutarnjih kutova jednakokračnog trokuta  $ABC$  su  $38^\circ 21' 30''$ ,  $70^\circ 49' 15''$  i  $70^\circ 49' 15''$ .