

Krug i kružnica

1) Izračunaj veličinu središnjeg kuta nad tetivom \overline{AB} ako je veličina odgovarajućeg obodnog kuta:
 a) $\beta = 37^\circ$, b) $\beta = 53^\circ 47'$.

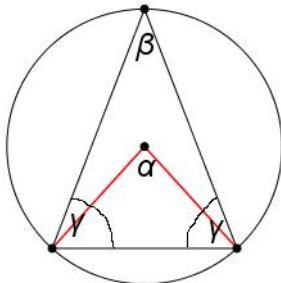
$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \alpha = 37^\circ \cdot 2 \\ & \alpha = 74^\circ \\ \text{b)} & \alpha = 53^\circ 47' \cdot 2 \\ & \alpha = 106^\circ 94' \\ & \alpha = 107^\circ 34' \end{array}$$

2) Izračunaj veličinu obodnog kuta ako je veličina odgovarajućeg središnjeg kuta:
 a) $\alpha = 191^\circ$, b) $\alpha = 203^\circ 45'$.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \beta = 191^\circ : 2 \\ & \beta = 190^\circ 60' : 2 \\ & \beta = 95^\circ 30' \\ \text{b)} & \beta = 203^\circ 45' : 2 \\ & \beta = 202^\circ 105' : 2 \\ & \beta = 202^\circ 104' 60'' : 2 \\ & \beta = 101^\circ 52' 30'' \end{array}$$

3) U kružnicu je upisan jednakokračni trokut ABC s osnovicom \overline{AB} . Veličina središnjeg kuta nad osnovicom \overline{AB} kao tetivom jest $94^\circ 36'$. Izračunaj veličine unutarnjih kutova tog trokuta.

Skica:



Neka je α središnji kut nad osnovicom jednakokračnog trokuta.

Neka je β kut između krakova jednakokračnog trokuta, odnosno **obodni** kut središnjeg kuta α .

Neka je γ kut uz osnovicu jednakokračnog trokuta.

Središnji i obodni kut:

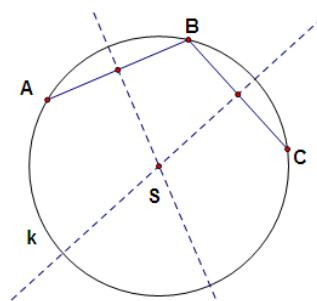
$$\alpha = 94^\circ 36' \rightarrow \beta = 94^\circ 36' : 2 \\ \beta = 47^\circ 18'$$

Jednakokračni trokut:

$$\begin{aligned} \beta + 2\gamma &= 180^\circ \\ 47^\circ 18' + 2\gamma &= 180^\circ \\ 2\gamma &= 179^\circ 60' - 47^\circ 18' \\ 2\gamma &= 132^\circ 42' /:2 \\ \gamma &= 66^\circ 21' \end{aligned}$$

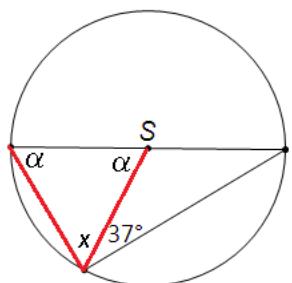
4) Odredi središte kružnice na slici.

- odaberemo dvije tetive kružnice \overline{AB} i \overline{BC}
- konstruiramo simetrale tetiva
- sjecište simetrala je središte kružnice S



5) Odredi veličinu nepoznatog kuta sa slike:

a)



a)

$$x + 37^\circ = 90^\circ \quad (\text{obodni kut nad promjerom})$$

$$\alpha = 53^\circ$$

$$\alpha + \alpha + x = 180^\circ \quad (\text{jednakokračni trokut})$$

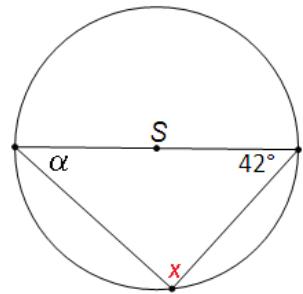
$$2\alpha + 53^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha = 127^\circ /: 2$$

$$\alpha = 126^\circ 60' : 2$$

$$\alpha = 63^\circ 30'$$

b)



b)

$$x = 90^\circ \quad (\text{obodni kut nad promjerom})$$

$$\alpha + x + 42^\circ = 180^\circ \quad (\text{zbroj veličina kutova u } \Delta)$$

$$\alpha + 90^\circ + 42^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + 132^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha = 48^\circ$$

6) Primjenom Talesovog poučka konstruiraj pravokutni ΔABC s hipotenuzom duljine 53 mm i šiljastim kutom veličine $\alpha = 60^\circ$.

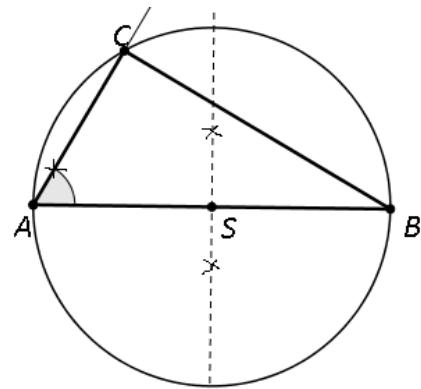
- nacrtamo promjer \overline{AB} duljine 53 mm

- konstruiramo polovište promjera $\rightarrow S$

- $k(S, |SA|)$

- pri vrhu A konstruiramo kut $\alpha = 60^\circ$

- sjecište kružnice k i kuta veličine α je vrh C trokuta ABC



7) Primjenom Talesovog poučka konstruiraj pravokutni ΔABC s hipotenuzom duljine 5 cm i katetom duljine $b = 35$ mm.

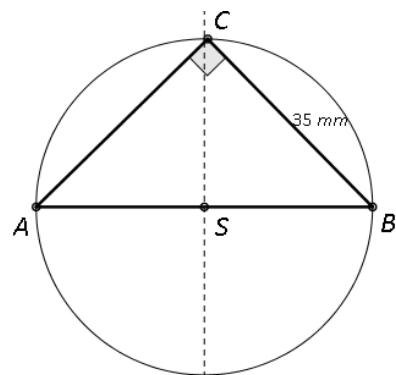
- nacrtamo promjer \overline{AB} duljine 5 cm

- konstruiramo polovište S dužine \overline{AB}

- $k(S, |SA|)$

- nacrtamo kružni luk iz točke B duljine $b = 35$ mm

- sjecište luka i kružnice je vrh C ΔABC



Opseg i površina

1) Izračunaj opseg i površinu kruga radijusa 9.7 cm .

$$\begin{array}{l} r = 9.7 \text{ cm} \\ o, P = ? \end{array} \quad \begin{array}{l} o = 2r\pi \\ o = 2 \cdot 9.7 \cdot 3.14 \\ \mathbf{o = 60.916 \text{ cm}} \end{array} \quad \begin{array}{l} P = r^2\pi \\ P = 9.7^2 \cdot 3.14 \\ P = 94.09 \cdot 3.14 \\ \mathbf{P = 295.4426 \text{ cm}^2} \end{array}$$

2) Izračunaj površinu kruga promjera duljine 57 mm.

$$2r = 57 \rightarrow r = 28.5 \text{ mm}$$

$$P = 28.5^2 \cdot 3.14$$

$$\textbf{P} = \textbf{2550.465 mm}^2$$

3) Kolika je duljina polumjera kruga površine: a) 452.16 cm^2 , b) $25\pi \text{ mm}^2$?

$$\text{a) } \frac{P = 452.16 \text{ cm}^2}{r = ?}$$

b) $\frac{P = 25\pi \text{ mm}^2}{r = ?}$

$$\begin{aligned} r^2\pi &= P \\ 3.14 r^2 &= 452.16 \quad / : 3.14 \\ r^2 &= 144 \\ \textcolor{red}{12} \cdot 12 &= 144 \\ r &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$\begin{aligned}r^2\pi &= P \\r^2\pi &= 25\pi \quad / : \pi \\r^2 &= 25 \\r \cdot r &= 25 \\r &= 5 \text{ mm}\end{aligned}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

4) Izračunaj duljinu kružnog luka kružnice polumjera duljine 10 cm kojemu odgovara središnji kut veličine 36° .

$$r = 10 \text{ cm} \quad l = \frac{r\pi\alpha}{180^\circ}$$

$$\underline{\alpha = 36^\circ} \quad l = \frac{10 \cdot 3.14 \cdot 36^\circ}{180^\circ}$$

$$l = ? \quad l = 3.14 \cdot 2$$

5) Izračunaj površinu kružnog isječka ako kružnom luku duljine 6.28 cm odgovara središnji kut veličine 24° .

$$\begin{aligned}
 l &= 6.28 \text{ cm} & r &=? \\
 \underline{\alpha = 24^\circ} & & \frac{r \cdot 3.14 \cdot 24^\circ}{180^\circ} &= 6.28 / \cdot 15 \\
 P_i &=? & 6.28 r &= 94.2 / : 6.28 \\
 P_i &= \frac{r^2 \pi \alpha}{360^\circ} & r &= \mathbf{15 \text{ cm}} \\
 P_i &= \frac{225^{15} \cdot 3.14 \cdot 24^\circ}{360^\circ} \\
 P_i &= 15 \cdot 3.14 \\
 P_i &= \mathbf{47.1 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

6) Opseg kruga jest 49.612 cm . Koliki je opseg kruga koji ima 2.3 cm manju duljinu polumjera?

$$\begin{aligned}
 o &= 49.612 \text{ cm} & \rightarrow & 2r\pi = 49.612 / : 6.28 \\
 & & & r = \mathbf{7.9 \text{ cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r &= 7.9 - 2.3 = 5.6 \text{ cm} & \rightarrow & o = 2 \cdot 5.6 \cdot 3.14 \\
 & & & o = \mathbf{35.168 \text{ cm}}
 \end{aligned}$$

7) Izračunaj površinu kruga promjera duljine 23.4 mm .

$$\begin{aligned}
 2r &= 23.4 \text{ mm} \rightarrow r = \mathbf{11.7} & P &= 11.7^2 \cdot 3.14 \\
 & & P &= 136.89 \cdot 3.14 \\
 & & P &= \mathbf{429.8346 \text{ mm}^2}
 \end{aligned}$$

8) Izračunaj površinu kružnog isječka ako je $r = 5 \text{ cm}$ i $\alpha = 48^\circ$.

$$\begin{aligned}
 P_i &= \frac{r^2 \pi \alpha}{360^\circ} \\
 P_i &= \frac{25 \cdot 3.14 \cdot 48^\circ}{360^\circ} \\
 P_i &= 31.4 : 3 \\
 P_i &\approx \mathbf{10.47 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$